

# Schulinterner Lehrplan zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe

## Mathematik Q1

(Fassung vom 12.04.2023)

### Bemerkungen zum schulinternen Kernlehrplan:

- Die Unterrichtsvorhaben sind in ihrer Reihenfolge nicht festgelegt und können somit anders als dargestellt variieren
- Die Kontexte der Unterrichtsvorhaben können ebenfalls abgeändert sein, so dass die zu erreichenden Kompetenzen nicht unbedingt in dem im Lehrplan angegebenen Unterrichtsvorhaben erfüllt werden, sondern zu einem anderen Zeitpunkt.
- Abweichungen über die notwendigen Absprachen hinaus sind im Rahmen des pädagogischen Gestaltungsspielraumes der Lehrkräfte möglich
- Auf der Webseite der Standardsicherung NRW <https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentralabitur-gost/faecher/fach.php?fach=2> befinden sich die **Vorgaben** für die jeweiligen Abiturjahrgänge. Hierbei ist zu beachten, dass auch nicht dargestellte Themen abgeprüft werden können.
- Ebenso befindet sich auf der oben genannten Webseite eine Übersicht über die **Operatoren**.
- Der dem schulinternen Kernlehrplan zugrunde liegende **Kernlehrplan Mathematik NRW Sek II** lässt sich unter [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp\\_SII/m/KLP\\_GOST\\_Mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOST_Mathematik.pdf) herunterladen.
- Bei weiteren Fragen steht die Fachschaft Mathematik gerne zur Verfügung

## Übersicht der Unterrichtsvorhaben – Tabellarische Übersicht (SiLP)

<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mehrstufige Zufallsexperimente</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul>

Unterrichtsvorhaben VII:

**Thema:**

*Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

**Zentrale Kompetenzen:**

- Modellieren
- Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Koordinatisierungen des Raumes

Unterrichtsvorhaben VIII:

**Thema:**

*Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

**Zentrale Kompetenzen:**

- Problemlösen

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Vektoren und Vektoroperationen

## Einführungsphase Stochastik (S)

**Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
- simulieren Zufallsexperimente
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Modellieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

##### Werkzeuge nutzen

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen.

Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

*Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.*

Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

(Erwartungswert)

**Thema:** *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

**Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (*Rezipieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

*Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnostetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).*

Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs  $P(A \cap B)$  von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

## Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

*Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen
- beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Modellieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)

##### Werkzeuge nutzen

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen.

*Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.*

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.

Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.

*Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.*

**Thema:** *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Argumentieren (Vermuten)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

**Werkzeuge nutzen**

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

*Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).*

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul>	
---	--

**Thema:** *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)*

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> </ul>	<p>Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.</p> <p><b>Empfehlung:</b> <i>Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet.</i></p> <p>Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.</p> <p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.</p> <p><b>Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang</b></p>

<p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  ... Lösen von Gleichungen  ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> </ul>	<p><i>erarbeiteten Regeln bewähren.</i></p> <p>Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.</p> <p>Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.</p>
--	---

**Thema:** *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- leiten Funktionen graphisch ab
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.

*Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.*

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

*Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.*

Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)

- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

## Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Thema:** *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

##### **Kommunizieren (Produzieren)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

*Die Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.*

Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz bewusst, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.)

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

**Thema:** *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

*Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.*

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)